

DISEÑO CONSTRUCTAL DE ÁLABES DE TURBINA DE GAS REFRIGERADOS MEDIANTE CONDUCTOS ELIPTICOS

Cristian Bosc¹ ;

1-UIDET-IAME, Facultad de Ingeniería de UNLP, Calle 1 y 47, La Plata, CP 1900, Argentina
cristian.bosc@ing.unlp.edu.ar

INTRODUCCIÓN

Las turbinas de gas (en adelante TG), son máquinas térmicas utilizadas para transformar la energía liberada en la combustión de un hidrocarburo, en potencia o trabajo. La parte crítica en el diseño de una TG, recae en las secciones expuestas a condiciones extremas. La temperatura de entrada al rotor (RIT, por sus siglas en inglés, “rotor inlet temperature”) es la variable crítica que limita la eficiencia y la durabilidad. La eficiencia está limitada por la máxima temperatura que pueden soportar los materiales de los álabes sin ablandamiento, fluencia o desgaste prematuro, mientras que la durabilidad recae, debido a que a mayor RIT la probabilidad de falla por fatiga se incrementa. En la actualidad la RIT está por encima de la temperatura de ablandamiento del material (softening point material), gracias a técnicas de recubrimientos cerámicos de baja conductividad térmica, Thermal Barrier Coating (TBC) y a refrigeración interna y externa de los álabes, llegando en turbinas modernas a superar los 1400 °C. La refrigeración interna consiste de la circulación de un fluido, que usualmente es aire el cuál proveniente de una extracción del compresor, por conductos practicados internamente en los álabes. Debido a que este no es utilizado para generar potencia, es necesario optimizar las técnicas de refrigeración con el fin de utilizar la menor cantidad de extracción de aire y no incurrir en una baja en la eficiencia global de la TG.

El objetivo del presente trabajo es optimizar la configuración de los conductos de refrigeración, minimizando la máxima temperatura sobre el álabe (mínimum local hot-spot overheating) mediante la optimización de 5 grados de libertad geométricos y la eficiencia de evacuación de calor. La resolución de la ecuación de difusión es llevada a cabo por el método de elementos finitos.

2. Nomenclatura

H	altura del álabe elemental	Sub-índices:		Supra-índices:	
L	ancho del álabe elemental	0	elipse 0	~	adimensional
H ₁	semieje vertical de la elipse 1	1	elipse 1		
L ₁	semieje horizontal de la elipse 1	max	máximo		
H ₀	semieje vertical de la elipse 0	min	mínimo		
L ₀	semieje horizontal de la elipse 0				
H ₂	espesor de pared de elipse 1				
k	coeficiente de conductividad				
T	temperatura				
\dot{q}	flujo de calor por unidad de área				
x	coordenada de abscisas				
y	coordenada de ordenadas				
A	área del dominio				
\emptyset	relación material cavidad/sólido del dominio				
\emptyset_0	área adimensional de ¼ de elipse 0				
\emptyset_1	área adimensional de ½ elipse 1				
R	resistencia térmica				
W	dimensión transversal al plano				

El diseño de las superficies externas del álabe, borde de ataque, borde de fuga, y caras de presión y succión, responde a una especialidad, siendo definida principalmente por

consideraciones de dinámica de fluidos, y no relacionadas a la transferencia de calor. Procurando simplicidad en el análisis de transferencia de calor que se pretende realizar, se considera un álabe elemental rectangular con canales internos elípticos que siguen el patrón descrito en la figura 1 (a)

Se suponen idénticas condiciones sobre todo el largo del álabe, y se desprecia la transferencia de calor por conducción en sentido longitudinal del mismo, lo cual permite analizar únicamente una única sección transversal, convirtiendo al modelo de estudio en bidimensional. El análisis se realiza en régimen estacionario, con propiedades termo-físicas constantes. La superficie externa del álabe es completamente mojada por la corriente de gases calientes, mientras que el álabe es refrigerado internamente mediante el paso de aire por los conductos elípticos internos que recorren radialmente la longitud del álabe.

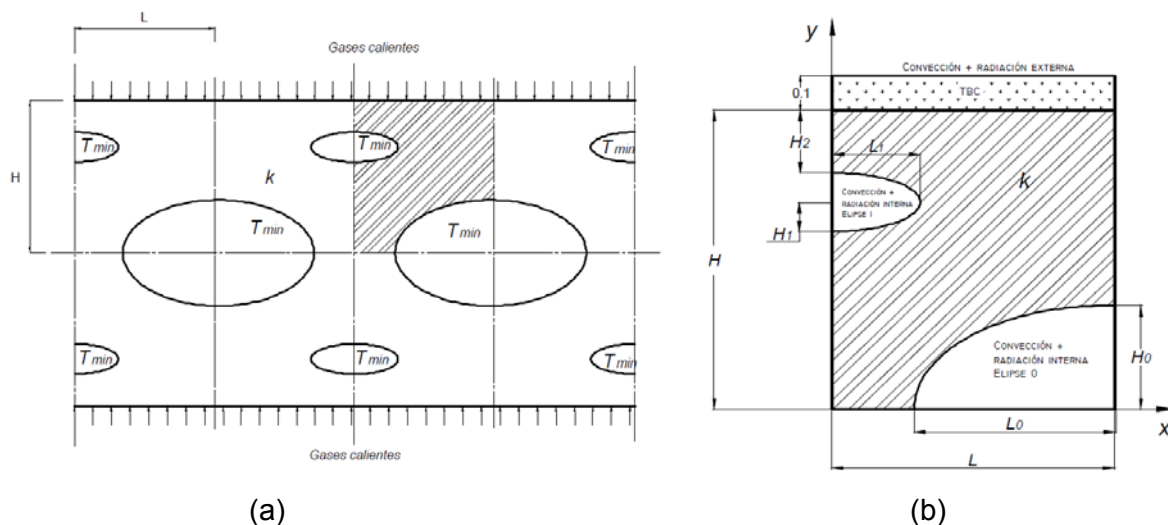


Figura 1: (a) Sección transversal del álabe elemental rectangular de largo $4L$ y altura $2H$ con conductos elípticos. (b): Dimensiones del dominio de estudio

En la sección transversal, se observan dos tipos de conductos elípticos, unos fijados en el centro del álabe, cuya área transversal define la elipse "0" y otros conductos de menor área transversal cuyo emplazamiento definitivo será optimizado, elipse "1". Debido a la existencia de simetría vertical y horizontal sobre el patrón de los canales, se estudia un octavo de la sección transversal de la figura 1 de altura H y base L . El dominio de estudio se muestra en la figura 1 (b) con sus variables dimensionales y condiciones de borde correspondientes. Las variables geométricas a optimizar son relación de aspecto del dominio (H/L), tamaño de la elipse menor de semiejes (H_1, L_1), Relación de aspecto de la elipse menor (H_1/L_1), Tamaño de la elipse mayor de semiejes (H_0, L_0), Relación de aspecto de la elipse mayor (H_0/L_0) y espesor de pared entre la elipse "1" y la superficie externa (H_2).

Un recubrimiento de barrera térmica (TBC) con material cerámico 7YSZ de espesor constante de 1 mm (valores típicos de TG estacionarias) es utilizado para reducir la máxima temperatura sobre el metal y protegerlo del ataque de los gases calientes. Las condiciones de borde, incorporan la transferencia de calor por convección y radiación tanto en el borde externo como en los conductos. El resto de las superficies del dominio son adiabáticas. En el borde externo la superficie es mojada por la corriente de gases calientes, cuya temperatura de estancamiento es T_∞ . El coeficiente de convección externo (h_e) es supuesto constante a partir del número de Nusselt promedio para una placa plana en régimen turbulento a una distancia característica de $4L$

$$Nu = 0.037 Re^{0.8} Pr^{1/3} = (h_e 4L)/k_\infty \quad (1)$$

Las magnitudes termo-físicas de la corriente de gases son:

$k_\infty = 0.07868$; conductividad térmica @ 1473 K, [W/m*K]; $Re = 500000$; Número de Reynolds

$Pr=0.726$; Número de Prandtl del aire @ 1473 K

En el borde interno de los conductos, la superficie es mojada por una corriente de aire proveniente desde una extracción del compresor, cuya temperatura promedio de corriente libre es T_{min} . El coeficiente de convección interno (h_i) para ambos tubos es obtenido a partir del número Nusselt promedio para tubos lisos circulares en régimen turbulento con un diámetro equivalente a partir del diámetro hidráulico promedio de ambos canales.

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} = (h_i D_h)/k \quad (2)$$

El diámetro hidráulico de cada conducto elíptico es:

$$D_{h1} = \frac{4 L_1 H_1}{3(L_1 + H_1) - \sqrt{(3L_1 + H_1)(L_1 + 3H_1)}} \quad y \quad D_{h0} = \frac{4 L_0 H_0}{3(L_0 + H_0) - \sqrt{(3L_0 + H_0)(L_0 + 3H_0)}} \quad (3)$$

El diámetro promedio es:

$$D_h = \frac{D_{h1} + D_{h2}}{2} \quad (4)$$

Nota: Para la determinación del perímetro de las elipses se utiliza la aproximación de Ramanujan.

Las magnitudes físicas para la determinación del coeficiente de convección interno son:

$k=0.006093$; conductividad del aire @ 873 K en [W/m*K]

$Re=20000$; Número de Reynolds

$Pr=0.7037$; Número de Prandtl del aire @ 873 K

La transferencia de calor sobre el sólido ocurre por conducción térmica. El material cerámico y metálico son considerados isotrópicos y con conductividad térmica constante. La conducción de calor sobre el dominio bajo las condiciones descritas, es enteramente por difusión, siendo la ecuación gobernante:

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (5)$$

Adimensionalización

Las variables son adimensionalizadas como sigue:

$$\text{Temperatura relativa del álabe} \quad \tilde{T} = \frac{T - T_{min}}{T_{\infty} - T_{min}} \quad (6)$$

$$\text{Tomando unitaria la distancia perpendicular al plano, } W = 1 \quad (7)$$

Las longitudes son adimensionalizadas con las raíz del área del dominio $A=H.L$

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0, \tilde{H}_1, \tilde{L}_1, \tilde{H}_2) = \frac{(x, y, H, L, H_0, L_0, H_1, L_1, H_2)}{\sqrt[2]{A}} \quad (8)$$

A partir de las ecs. (6) y (8), la ecuación de difusión de calor, ec.(5) es adimensionalizada:

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (9)$$

Las correspondientes condiciones de borde adimensionales son:

$$\text{"Adiabático"} \begin{cases} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = 0 \text{ para } \tilde{x} = 0; & 0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} - \tilde{H}_1 - \tilde{H}_2 \text{ And } \tilde{H} - \tilde{H}_2 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0 \text{ para } \tilde{y} = 0; & 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} - \tilde{L}_0 \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = 0 \text{ para } \tilde{x} = \tilde{L}; & \tilde{H}_0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \end{cases} \quad (10)$$

"Convección + radiación externa:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = -\alpha_e \tilde{T}^4 - \beta_e \tilde{T}^3 - \gamma_e \tilde{T}^2 - \delta_e \tilde{T} + \epsilon_e \quad (11)$$

Siendo las constantes:

$$\alpha_e = \frac{\sigma \varepsilon_e \sqrt{A} (\Delta T)^3}{k_e}; \beta_e = \frac{4 \sigma \varepsilon_e \sqrt{A} (\Delta T)^2 T_{min}}{k_e}; \gamma_e = \frac{6 \sigma \varepsilon_e \sqrt{A} \Delta T T_{min}^2}{k_e}; \delta_e = \frac{h_e \sqrt{A}}{k_e} + \frac{4 \sigma \varepsilon_e \sqrt{A} T_{min}^3}{k_e}; \text{ y}$$

$$\epsilon_e = \frac{h_e \sqrt{A}}{k_e} e + \frac{\sigma \varepsilon_e \sqrt{A} (T_{\infty}^4 - T_{min}^4)}{k_e \Delta T} \quad (12)$$

“Convección + radiación interna:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} = \alpha_i \tilde{T}^4 + \beta_i \tilde{T}^3 + \gamma_i \tilde{T}^2 + \delta_i \tilde{T} \quad (13)$$

Siendo las constantes:

$$\alpha_i = \frac{\sigma \varepsilon_i \sqrt{A} (\Delta T)^3}{k_i}; \beta_i = \frac{4 \sigma \varepsilon_i \sqrt{A} (\Delta T)^2 T_{min}}{k_i}; \gamma_i = \frac{6 \sigma \varepsilon_i \sqrt{A} \Delta T T_{min}^2}{k_i} \text{ y } \delta_i = \frac{h_i \sqrt{A}}{k_i} + \frac{4 \sigma \varepsilon_i \sqrt{A} T_{min}^3}{k_i} \quad (14)$$

Las magnitudes termo-físicas utilizadas son:

$k_c=2.5$; conductividad de recubrimiento cerámico 7YSZ @ 1473 K en [W/m*K];

$k_m=21$; conductividad del metal Nimonic 90 @ 873 K en [W/m*K]

$\varepsilon_c=0.6$; emisividad del recubrimiento cerámico @ 1473 K

$\varepsilon_m=0.87$; emisividad del metal Nimonic 90 @ 600 K;

$\sigma=5.670373e-08$; constante de Stefan-Boltzmann [W/K⁴*m²]

$T_{\infty}=1473$; temperatura de estancamiento de gases calientes, K

$T_{min}=873$; Temperatura promedio de aire refrigerante, K

$\Delta T=T_{\infty}-T_{min}$; delta T máximo

No linealidad

La no linealidad en las condiciones de borde radioactivas, es resuelta mediante el método iterativo de Gauss-Newton. El criterio de convergencia adoptado es:

$$\xi < \left| \frac{T-T^*}{T} \right| \quad (15)$$

Se adoptó $\xi = 0.0001$ para todos los casos.

Condición “Convección + radiación externa:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = -\alpha_e \tilde{T}^4 - \beta_e \tilde{T}^3 - \gamma_e \tilde{T}^2 - \delta_e \tilde{T} + \epsilon_e = S_e \quad (16)$$

El término fuente S_e es linealizado respecto a una iteración previa, de la siguiente forma:

$$\frac{S_e - S_e^*}{\tilde{T} - \tilde{T}^*} = \frac{dS_e^*}{d\tilde{T}^*} \quad (17)$$

Quedando la ecuación de borde linealizada de la forma:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} + Q_e \tilde{T} = G_e \quad (18)$$

Siendo las constantes:

$$Q_e = -4\alpha_e \tilde{T}^{*3} - 3\beta_e \tilde{T}^{*2} - 2\gamma_e \tilde{T}^* - \delta_e \quad (19)$$

$$G_e = 3\alpha_e \tilde{T}^{*4} + 2\beta_e \tilde{T}^{*3} + \gamma_e \tilde{T}^{*2} + \epsilon_e \quad (20)$$

Para el caso de la condición de borde en los conductos elípticos internos

Condición “Convección + radiación interna:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} = \alpha_i \tilde{T}^4 + \beta_i \tilde{T}^3 + \gamma_i \tilde{T}^2 + \delta_i \tilde{T} \quad (21)$$

El término fuente S_i es linealizado respecto a una iteración previa, de la siguiente forma:

$$\frac{S_i^* - S_i}{\tilde{T}^* - \tilde{T}} = \frac{dS_i^*}{d\tilde{T}^*} \quad (22)$$

Quedando la ecuación de borde linealizada de la forma:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} + Q_i \tilde{T} = G_i \quad (23)$$

Siendo las constantes:

$$Q_i = 4\alpha_i \tilde{T}^{*3} + 3\beta_i \tilde{T}^{*2} + 2\gamma_i \tilde{T}^* + \delta_e \quad (24)$$

$$G_i = 5\alpha_i \tilde{T}^{*4} + 4\beta_i \tilde{T}^{*3} + 3\gamma_i \tilde{T}^{*2} + 2\delta_i \tilde{T}^* \quad (25)$$

Restricciones

El dominio rectangular adimensional se vuelve unitario: $1 = \tilde{H} \cdot \tilde{L}$ (26)

El área adimensional de $\frac{1}{4}$ de la elipse "0" es: $\phi_0 = \frac{\pi}{4} \tilde{L}_0 \tilde{H}_0$ (27)

El área adimensional de $\frac{1}{2}$ de la elipse "1" es: $\phi_1 = \frac{\pi}{2} \tilde{L}_1 \tilde{H}_1$ (28)

Se define la relación de material (ϕ) al cociente entre el área total de los canales elípticos y el área de dominio." Esta relación representa el porcentaje de cavidad que existe en el dominio sólido rectangular.

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 \quad (29)$$

Siendo el tamaño y relación de aspecto de ambas elipses variables a optimizar, se estudian los valores de ϕ_0 que corresponden a un área de elipse "0" mayor o igual al área de elipse "1". Para ello, siendo las áreas totales de los canales elípticos:

$$A_0 = 4 \phi_0 \quad \text{y} \quad A_1 = 2 \phi_1 \quad (30)$$

Se debe cumplir: $A_0 \geq A_1$ por lo tanto $\phi_0 \geq \frac{1}{3} \phi$ (31)

La relación de las áreas de los canales elípticos en el dominio, ec.(32) representa el tamaño relativo entre ambos canales de refrigeración.

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{4 \phi_0}{2 \phi_1} \quad (32)$$

Grados de libertad

Resulta de interés además analizar un indicador de eficiencia de la evacuación de calor, el cual se define por conveniencia como:

$$\xi = \frac{q/kW}{\tilde{T}_{\max} - \tilde{T}_{\min}} \quad (33)$$

Siendo,

$$k = 1 \left[\frac{kJ}{mK} \right]; \quad W = 1 [dm]; \quad \tilde{T}_{\min} = 0$$

Por conveniencia para la manipulación de las variables a optimizar, se definen grupos de cocientes de variables adimensionales, que representan los 5 grados de libertad a optimizar $\langle \phi_0, \frac{\tilde{H}}{\tilde{L}}; \frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}; \frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}; \tilde{H}_2 \rangle$ para diferentes valores de relación material (restricción ϕ)

$$\{[\tilde{T}_{\max}]_{\min}; [\xi]_{\max}\} = f \langle \phi, \phi_0, \frac{\tilde{H}}{\tilde{L}}; \frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}; \frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}; \frac{\tilde{H}_2}{H} \rangle \quad (34)$$

La configuración más eficiente tendrá el mayor valor de ξ , pues representa mayor calor neto ingresado al dominio y mínima temperatura adimensional \tilde{T}_{\max} .

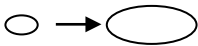
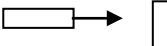

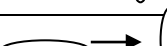

METODOLOGÍA

El campo de temperaturas adimensionales sobre el sólido es obtenido mediante la resolución de la ecuación (9) con las condiciones de borde determinadas por las ecs. (10), (11) y (13), mediante el método de elementos finitos.

Se define la independencia de malla cuando, la diferencia entre dos soluciones con sucesivos incrementos en la cantidad de elementos (triángulos) es menor al 0,5%, es decir:

$$|(\tilde{T}_{max}^i - \tilde{T}_{max}^{i-1}) / \tilde{T}_{max}^{i-1}| * 100 < 0,5 \quad (35)$$

Tabla 1: Rangos de variación de grados de libertad y restricción

Rangos	Indicaciones
$\phi = [0.1 - 0.35]$	relación material (cavidad/sólido)
$\phi_0 = [\frac{\phi}{3} - 0.9\phi]$	tamaño de la elipse "0" 
$\frac{\tilde{H}}{\tilde{L}} = [0.3 - 2]$	relación de aspecto del dominio 
$\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0} = [0.4 - 2]$	relación de aspecto de la elipse "0" 
$\frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1} = [0.4 - 2]$	relación de aspecto de la elipse "1" 
$\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}} = [0.1 - \frac{(H - 2H_1)}{H}]$	espesor de pared entre elipse "1" y superficie externa 

RESULTADOS

Los resultados arrojan que la \tilde{T}_{max} decrece monótonamente a medida que \tilde{H}_2 es reducido, para diferentes valores de $\frac{\tilde{H}}{\tilde{L}}$; $\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}$; $\frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}$ y ϕ_0 . Este comportamiento evidencia la existencia de un mínimo absoluto en el extremo inferior del rango de variación de \tilde{H}_2 .

Manteniendo constante el valor $[\tilde{H}_2]_{opt} = 0.1$, la mínima \tilde{T}_{max} se alcanza en todas las curvas de ϕ_0 constante, cuando \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 se encuentra en los extremos opuestos de su rango de variación, dependiendo del valor de \tilde{H}/\tilde{L} . Es decir, \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 óptimo pasa de 0.3 a 2 a medida que \tilde{H}/\tilde{L} se incrementa. En las figuras 2 (a), (b) y (c) se han graficado las variaciones de \tilde{T}_{max} con respecto a \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para valores de \tilde{H}/\tilde{L} de 0.3, 1 y 2 respectivamente. Mientras que para $\tilde{H}/\tilde{L}=0.3$ el valor óptimo de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 se encuentra en el extremo inferior del rango de variación, para $\tilde{H}/\tilde{L}=1$, el valor óptimo de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 pasa a encontrarse en el extremo superior del rango de variación. Cuando $\tilde{H}/\tilde{L}=2$, la influencia de \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 es prácticamente nula.

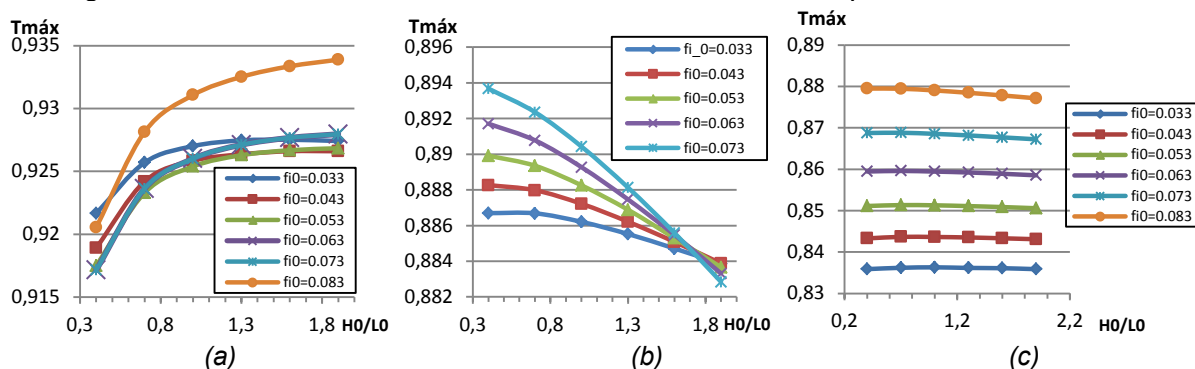


Figura 2: (a) \tilde{T}_{max} vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=0.3$; y $\tilde{H}_2=0.1$.
 (b) \tilde{T}_{max} vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=1$ y $\tilde{H}_2=0.1$.
 (c) \tilde{T}_{max} vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$; $\tilde{H}/\tilde{L}=2$; y $\tilde{H}_2=0.1$

De la figura 3 (a), es inferido que para todas las curvas de $\phi_0 = \text{cte.}$ decrece la máxima temperatura a medida que \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 es reducido. Se concluye que el valor óptimo de relación de aspecto de la elipse "1" corresponde al extremo inferior del rango de variación

$$\left[\frac{H_1}{L_1}\right]_{\text{opt}} = 0.4$$

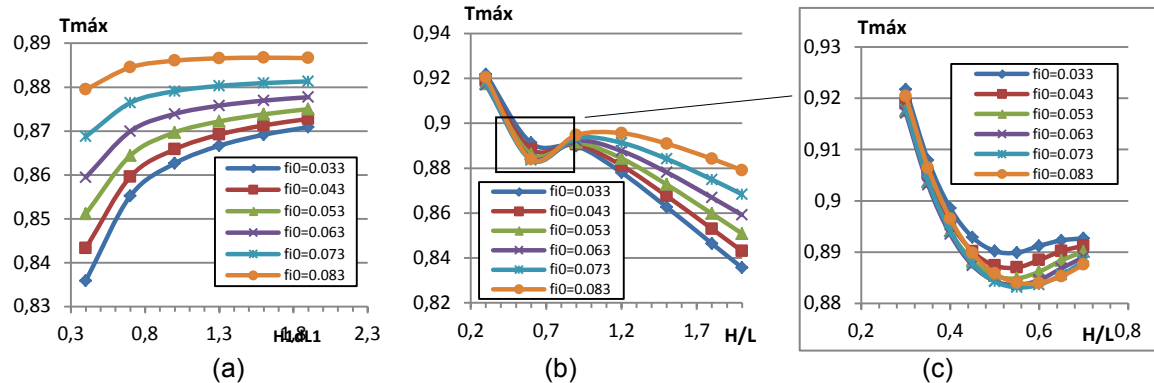


Figura 3 (a) $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 , para diferentes ϕ_0 con $\phi = 0.1$; $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 2$; y $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.1$.

(b) $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 , con $\phi = 0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$; $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.1$.

(c) Ampliación de figura 3 (b). $\tilde{T}_{\text{máx}}$ vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 , con $\phi = 0.1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$; $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.1$.

El comportamiento de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ con la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} revela gran sensibilidad, tal como se muestra en la figura 3 (b). Las curvas de ϕ_0 constante evidencian en todos los casos, existencia de un mínimo local próximo a $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.5$ y un mínimo absoluto en $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$. Un refinamiento en el rango del mínimo local, ha permitido realizar la figura 3 (c) donde expone para todas las curvas de ϕ_0 cte. la mínima $\tilde{T}_{\text{máx}}$ en $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.55$, siendo la curva de $\phi_0 = 0.073$, la que genera el menor valor.

El flujo de calor neto que ingresa al dominio, es función entre otras cosas, de la temperatura de la superficie (que no es impuesta) y del área de transferencia de calor, de largo L y profundidad unitaria (W), por lo tanto, a medida que \tilde{H}/\tilde{L} aumenta, el borde exterior se reduce, y el calor neto ingresado al dominio disminuye. El mínimo absoluto de $\tilde{T}_{\text{máx}}$ en el rango establecido, se alcanza con $\phi_0 = 0.033$ y $\tilde{H}/\tilde{L} = 2$ lo cual significa un conducto próximo al borde exterior de mayor tamaño y, menor calor neto ingresado, respectivamente. Con esta configuración, la mínima $\tilde{T}_{\text{máx}}$ ocurre a expensas de un menor calor neto ingresado. Por lo expuesto, no resulta de interés valores de $\tilde{H}/\tilde{L} > 1$.

El indicador ξ de eficiencia de la evacuación de calor se representa en la figura 4 (a) en función de \tilde{H}/\tilde{L} .

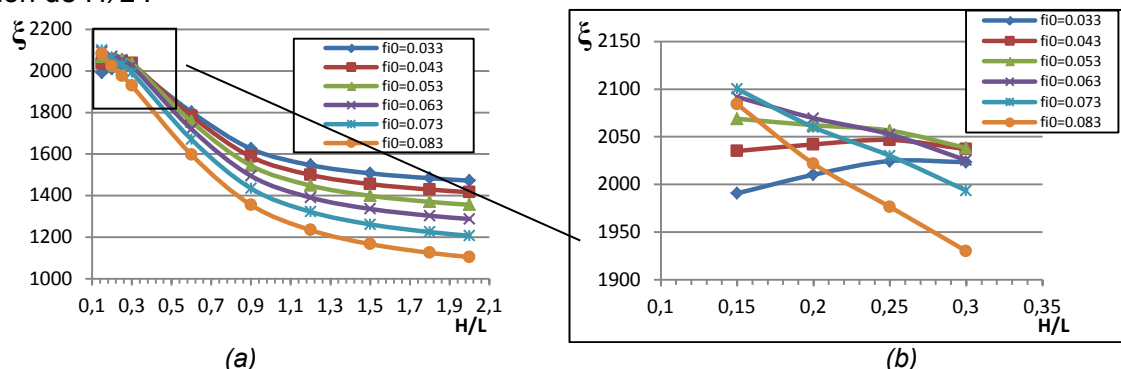


Figura 4 (a) Curvas de eficiencia de evacuación de calor en función de \tilde{H}/\tilde{L} para $\phi_0 = \text{cte.}$ con $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2 = 0.1$.

(b) Ampliación de figura 4 (a) en la zona recuadrada.

La figura 4 (b) se representa una ampliación de la zona recuadrada, donde se observan diferentes características a saber:

- Para $\phi_0 = 0.033$ y 0.043 existe un máximo absoluto de eficiencia próximo a $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.25$
- Para el resto de las curvas de ϕ_0 la eficiencia continua aumentado a medida que \tilde{H}/\tilde{L} es reducido.

Es decir, sólo existe un máximo absoluto de eficiencia para curvas de $\phi_0 \leq 0.043$, mientras que el resto de las curvas, no presentan tal característica. Para $\phi_0 = 0.073$ se puede encontrar en la figura 3 (b) que existen 2 valores de \tilde{H}/\tilde{L} que generan la misma $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$. En la tabla 2 se ven representados los valores para ambos puntos, siendo el valor de $\tilde{H}/\tilde{L} = 0.55$ un 24,5 % más eficiente respecto de evacuación de calor.

Tabla 2 diferentes valores de \tilde{H}/\tilde{L} que generan idénticas $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$

ϕ	ϕ_0	H/L	H0/L0	H1/L1	H2	$\tilde{T}_{m\acute{a}x}$	q	ξ
0.1	0.073	0.55	0.4	0.4	0.1	0.883	1457	1671
0.1	0.073	1.5	0.4	0.4	0.1	0.883	1102	1261

Tal configuración generará para una longitud de álabes fija $4L$, mayor evacuación de calor, alcanzándose $\tilde{T}_{m\acute{a}x} = 0.883$, lo cual significa un punto caliente sobre el sólido del álabes 11.7% inferior, a la temperatura de estancamiento de los gases calientes. $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ deberá encontrarse por debajo de la temperatura de ablandamiento del material, pudiendo en tal caso, recurrir a técnicas de refrigeración adicionales (film cooling, etc.).

Existen valores óptimos de ϕ_0 y \tilde{H}/\tilde{L} que maximizan la eficiencia de evacuación de calor, no siendo estos coincidentes con aquellos que minimizan la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$.

Para diferentes valores de ϕ los valores óptimos de relación de aspecto de ambas elipses y espesor de pared, continúan siendo óptimos para los valores inferiores de la escala, es decir $\left[\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}\right]_{opt} = 0.4$; $\left[\frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}\right]_{opt} = 0.4$ y $\left[\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}\right]_{opt} = 0.1$. Sin embargo, para el tamaño relativo de las elipses ϕ_0 y la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} existe un único valor óptimo que minimizan $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$, tal como se observa en las figuras 5 (a) y (b) y (c) y 6 (a) para valores de ϕ de 1.5, 2, 2.5 y 3 respectivamente. En la figura 6 (b) se evidencia un crecimiento sostenido de la eficiencia de evacuación de calor, para todas las curvas de ϕ y ϕ_0 óptimo, a medida que \tilde{H}/\tilde{L} es reducido, no presentándose un máximo absoluto.

La tabla 3 resume el diseño Constructal para diferentes valores de ϕ . En la figura 7 se muestran las isotermas generadas sobre los perfiles de las tabla 3

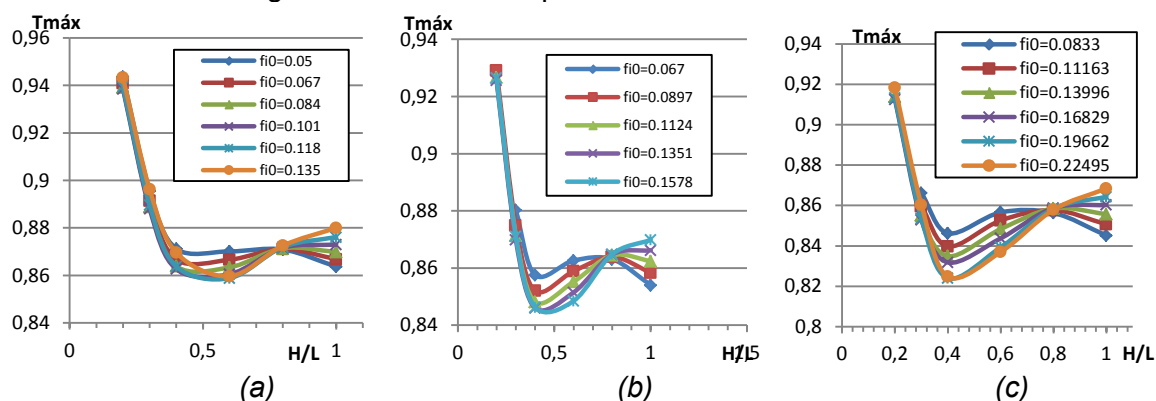


Figura 5 Curvas de: (a) $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ en función de \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi = 0.15$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2 = 0.1$.

(b) $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ en función de \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi = 0.2$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2 = 0.1$.

(c) $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ en función de \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi = 0.25$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0 = 0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1 = 0.4$ y $\tilde{H}_2 = 0.1$.

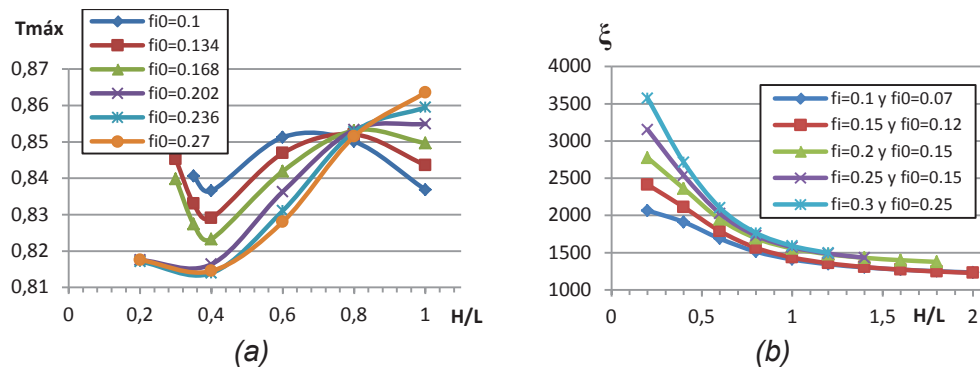


Figura 6: (a) Curvas de $\tilde{T}_{máx}$ en función de \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ_0 con $\phi = 0.3$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 , $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.
(b) Curvas de eficiencia de evacuación de calor (ξ) vs. \tilde{H}/\tilde{L} para diferentes ϕ y su valor óptimo de ϕ_0 , con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2=0.1$.

Tabla 3: Diseño Constructal para diferentes relaciones de material (ϕ)

ϕ	$[\phi_0]_{ópt}$	$[\tilde{H}/\tilde{L}]_{ópt}$	$[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{ópt}$	$[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{ópt}$	$[\tilde{H}_2]_{ópt}$	$\tilde{T}_{máx}$	q	ξ	$[A_0/A_1]_{ópt}$	Figura 7
0.1	0.07	0.56	0.4	0.4	0.1	0.871	1508	1730	4.7	(a)
0.15	0.12	0.58	0.4	0.4	0.1	0.858	1559	1817	8.0	(b)
0.2	0.15	0.44	0.4	0.4	0.1	0.843	1912	2269	6.0	(c)
0.25	0.2	0.45	0.4	0.4	0.1	0.829	1980	2389	8.0	(d)
0.3	0.25	0.44	0.4	0.4	0.1	0.817	2095	2565	10.0	(e)

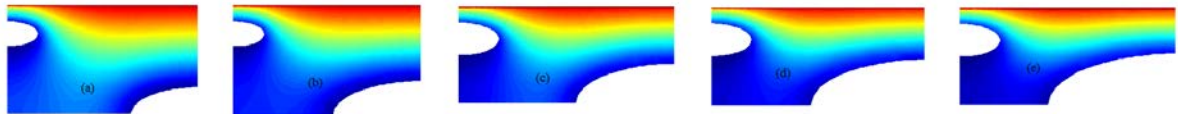


Figura 7: Perfil de temperaturas de cada diseño Constructal referido a la tabla 3

CONCLUSIONES

Las conclusiones generales del trabajo, establecen que Valores de \tilde{H}_2 ; \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 y \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 respecto de la $\tilde{T}_{máx}$ y de ξ , toman valores óptimos en los extremos inferiores de los rangos de variación.

Mientras que arrojan diseños diferentes respecto del tamaño relativo de los conductos (A_0/A_1) y de la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} . Por lo tanto a la hora de diseñar los conductos de refrigeración se deberá asegurar que $\tilde{T}_{máx}$ se encuentre por debajo de la temperatura de ablandamiento del material, con la máxima eficiencia de evacuación de calor, pudiendo recurrir, a técnicas adicionales de refrigeración.

Siendo el objetivo principal minimizar los puntos calientes, es posible diseñar múltiples canales elípticos internos de refrigeración de forma de minimizar la máxima temperatura sobre el metal del álabe, generando una geometría que facilita la evacuación de calor hacia los conductos, tal como predice la teoría Constructal.

REFERENCIAS

- [1] J. Han, S. Dutta, S. Ekkad, "Gas Turbine Heat Transfer and Cooling Technology". 2 editions (November 27, 2012) ISBN-13:978-1439855683. ,Taylor & Francis, New York.
- [2] Bejan- Lorente, "Design with Constructal Theory", Jhon Wiley and sons, 2008.
- [3] Rocha- Bejan- Lorente, "Constructal Law and the Unifying Principle of design". Springer, 2013.

- [4] Huijun Feng, Lingen Chen, Zhihui Xie, Fengrui Sun, "Constructal design for gas-turbine blade based on minimization of maximum thermal resistance", *Applied Thermal Engineering* 90 (2015) 792e797.
- [6] Je-Chin Han, "Recent Studies in Turbine Blade Cooling", *International Journal of Rotating Machinery*, 10(6): 443–457, 2004, Taylor & Francis Inc.
- [7] Je-Chin Han, Lesley M. Wright, "Enhanced Internal Cooling of Turbine Blades and Vanes", Turbine Heat Transfer Laboratory, Department of Mechanical Engineering, Texas A&M University College Station, Texas 77843-3123, USA.